

# Abiturprüfung

## Analysis

### Pflichtaufgaben:

„Funktionenkompetenz“

In den Texten 70100 und 71111 stehen Pflichtaufgaben zu Abiturprüfung in Analysis.

Dazu gehören auch Aufgaben mit dem Inhalt, Zusammenhänge bei Funktionen zu durchdenken.

Für diejenigen, die gezielt diese Aufgaben üben möchten, gibt es diese Zusammenstellung,  
die aber auch solche Aufgaben aus anderen Quellen enthält.

Eine hervorragende Sammlung zum Prüfungstraining.

Datei 71161

Stand: 29. September 2014

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

[www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## **Übersicht über die Texte mit Abituraufgaben (allg. Gymnasium) aus Baden-Württemberg**

### **Analysis**

- 70100 Pflichtaufgaben Analysis**  
für die Jahrgänge 2006 bis 2014
- 70101 Wahlausgaben Analysis Teil 1**  
für die Jahrgänge 2006 bis 2010.
- 70102 Wahlausgaben Analysis Teil 2**  
für die Jahrgänge 2011 bis 2014

### **Vektorgeometrie**

- 70200 Pflichtaufgaben Geometrie**  
für die Jahrgänge 2004 bis 2014
- 70201: Wahlausgaben Analytische Geometrie – Teil 1**  
für die Jahrgänge 2000 bis 2010
- 70202: Wahlausgaben Analytische Geometrie – Teil 2**  
für die Jahrgänge 2011 bis 2014

### **Stochastik**

- 70300 Pflichtaufgaben und Wahlausgaben Stochastik**  
für die Jahrgänge 2013 bis 2014

### **Pflichtaufgaben**

- 70001** In diesem Text stehen sämtliche Pflichtaufgaben (Analysis, Geometrie und Stochastik) der Jahrgänge 2004 bis 2014.  
Hierbei handelt es sich um eine reine Aufgabensammlung ohne Lösungen.

**Außerdem gibt es Spezialtexte, in denen Abitauraufgaben nach Themen geordnet gesammelt sind.**

## Hinweise

Die deutschen Bundesländer ändern immer wieder Stil und Inhalt ihrer Abituraufgaben. Der Trend geht dahin, dass man die Prüfung in einen Pflichtteil und einen Wahlteil zerlegt. Im Pflichtteil werden fundamentale Rechenfähigkeiten abgefragt, die in der Regel auch ohne Hilfsmittel erledigt werden müssen. Im Wahlteil findet man dann eher noch den Aufgabenstil, den man seit Jahrzehnten kennt, also umfangreiche Aufgaben, die in die Tiefe gehen und möglichst anwendungsbezogen sind.

Durch den Trend, in der Schule immer leistungsfähigere Rechner zu verwenden (Grafikrechner, CAS-Rechner), verlieren Schüler ohnehin immer mehr die Fähigkeit und vor allem die Routine, grundlegende Aufgaben lösen zu können. Der unsanfte Druck, solche Aufgaben in Pflichtteilen ohne Hilfsmittel lösen zu müssen, ist hier ein gutes Mittel, Schüler dazu zu bringen, sich doch nicht zu sehr auf die neue Technik zu verlassen.

Wer in einem anderen Bundesland als BW seine Abiturprüfung ablegen will, der kann diese Sammlung an Pflichtaufgaben hervorragend zum Lernen und Wiederholen einsetzen. Was hier in kleine Einzelaufgaben zerlegt erscheint, tritt mit Sicherheit in jedem Bundesland in irgendeiner Form auf, entweder auf ähnliche Weise, oder in größeren Aufgaben als Bestandteil. So gesehen, sind kürzere Aufgaben zum Lernen und Vorbereiten eher noch geeigneter als umfangreichere Aufgaben, um einzelne Themen in den Griff (Kopf) zu bekommen.

Im Zuge der Einschränkungen der Inhalte muss man leider erwähnen, dass manche Funktionsarten nicht mehr verlangt werden. So fällt auch die Quotientenregel beim Ableiten in einigen Bundesländern weg. Ich werde hier diese Einschränkungen nicht machen. Ich gehe davon aus, dass jeder selbst weglassen kann, was er nicht benötigt. Und ich kann die Bundesländer nicht ausschließen, die mehr verlangen als andere. Also handle ich hier so wie in meiner gesamten Sammlung meiner Internet-Bibliothek: Ich biete sehr viel mehr an, als der Einzelne benötigt. Jeder kann selbst auswählen.

Baden-Württemberg hat folgende Einteilung der Pflichtaufgaben für Analysis vorgenommen, die ich gerne übernehme, weil sie sehr gut gemacht ist:

**Aufgabe 1:** Ableitung einer Funktion.

**Aufgabe 2:** Integration bzw. Bildung einer Stammfunktion.

**Aufgabe 3:** Gleichungslehre

**Aufgabe 4:** Elemente der Kurvendiskussion - Funktionsuntersuchung

**Aufgabe 5:** Funktionenkompetenz

Hier findet man auch oft Schaubilder unbekannter Funktionen, aus denen man gewisse Antworten finden muss wie Zusammenhänge zwischen verschiedenen Funktionen und Verifizieren von Funktionseigenschaften

## Meine Sammlung an Pflichtaufgaben gliedert sich in viele Texte:

70001 Sammlung von Original-Pflichtaufgaben Analysis, Geometrie, Stochastik 2004 – 2014 aus Baden-Württemberg als reine Aufgabensammlung ohne Lösungen.

### Pflichtaufgaben Analysis

70100 Die Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

71111 Sammlung selbst erstellter ähnlicher Pflichtaufgaben

**Themenbereiche:** Aufgaben aus 70100 und 71111 zum gezielten Üben nur dieser Themen:

71121 Pflichtaufgaben zum Thema **Ableitungen**

71131 Pflichtaufgaben zum Thema **Integration, Stammfunktion**

71141 Pflichtaufgaben zum Thema **Gleichungslehre**

71151 Pflichtaufgaben zum Thema **Funktionsuntersuchung - Kurvendiskussion**

71161 Pflichtaufgaben zum Thema **Funktionenkompetenz**.

71171 Pflichtaufgaben zum Thema **Definitionsbereiche**

71181 Pflichtaufgaben zum Thema **Extremwert-Sachaufgaben**

### Pflichtaufgaben Vektorgeometrie

70200 Die Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

72111 Sammlung selbst erstellter ähnlicher Pflichtaufgaben

**Themenbereiche:** Aufgaben aus 71200 und 72111 zum gezielten Üben nur dieser Themen:

72121 Pflichtaufgaben zum Thema **Methoden der Geometrie**

72010 Zusammenstellung wichtiger Pflichtaufgaben zur Vektorgeometrie mit sehr ausführlichen Lösungen zum ausführlichen Training

### Pflichtaufgaben Stochastik

70300 Da es erst seit 2013 wieder Stochastik in der schriftlichen Abiturprüfung gibt, sammel ich hier sowohl Pflicht- wie auch Wahlaufgaben.

## Vorwort

Man sollte jedem Abiturient empfehlen, die hier folgenden Aufgaben zu trainieren. Sie beziehen sich auf die grundlegenden Fähigkeiten und auf das Basiswissen zum Thema Funktionen und stellen mit das beste Trainingsmaterial dar.

### Inhalt

		Aufgaben	Lösungen
1	Aufgaben ohne Funktionsterme	6	28
2	Aufgaben ohne Funktionsterme, mit Stammfunktionen	9	38
3	Ganzrationale Funktionen	13	51
4	Gebrochen rationale Funktionen	16	59
5	Exponentialfunktionen	19	64
6	Sinus- und Kosinusfunktionen	21	68
7	Gemischte Funktionsarten	25	75

DEMO für [www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## 1. Aufgaben ohne Funktionsterme

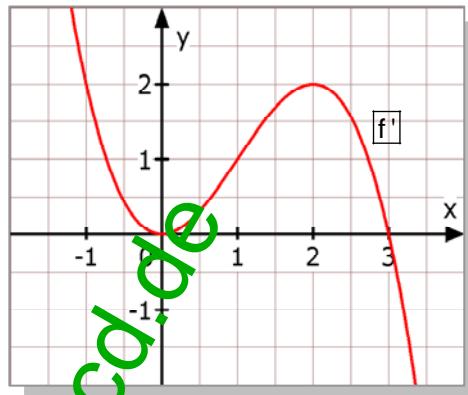
### Aufgabe 100

Gegeben ist das Schaubild der Ableitung  $f'$  der Funktion  $f$ .

- a) Welche Aussagen über die Funktion  $f$  ergeben sich daraus im Hinblick auf
- Monotonie,
  - Extremstellen,
  - Wendestellen,

Begründen Sie Ihre Aussagen.

- b) Es gilt  $f(0) = 2$ .  
Skizzieren Sie das Schaubild von  $f$ .

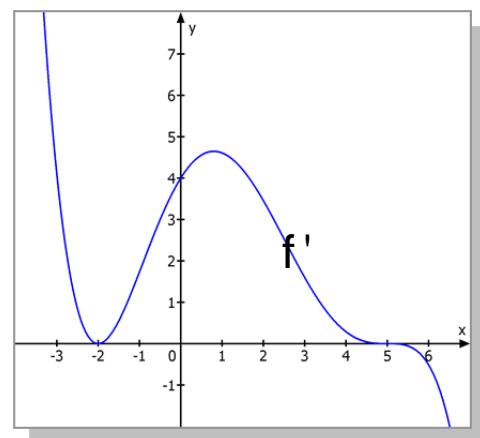


### Aufgabe 101

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunction  $f'$  einer Funktion  $f$ .

Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.

- (1) Das Schaubild von  $f$  hat bei  $x = -2$  einen Tiefpunkt.
- (2) Das Schaubild von  $f$  hat für  $-2 \leq x \leq 6$  genau zwei Wendepunkte.
- (3) Das Schaubild von  $f$  verläuft im Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse steiler als die erste Winkelnelbierende.
- (4)  $f(0) > f(5)$

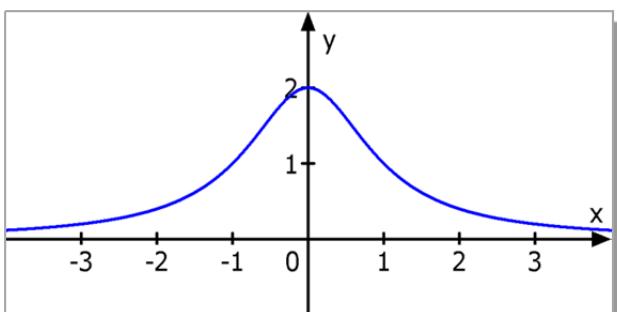


### Aufgabe 102

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunction  $f'$  einer Funktion  $f$ .

Welche der folgenden Aussagen über die Funktion  $f$  sind wahr, falsch oder unentscheidbar?

Begründen Sie Ihre Antworten.



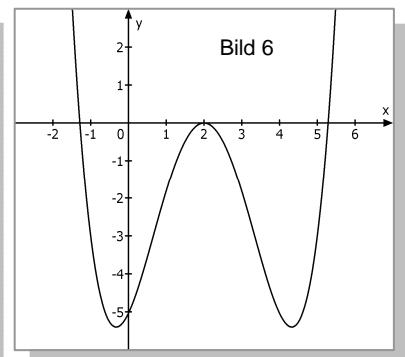
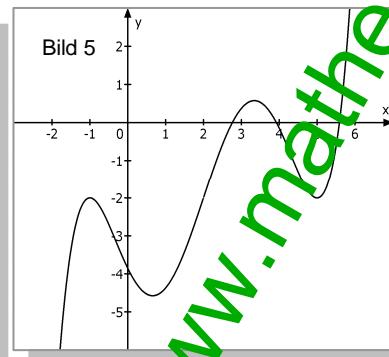
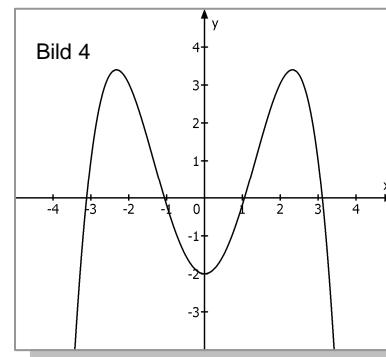
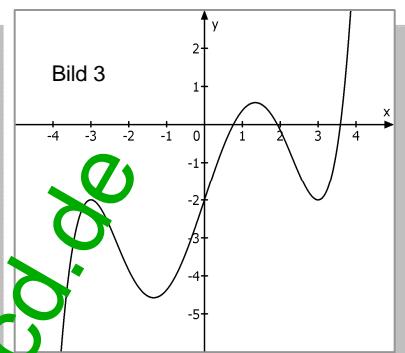
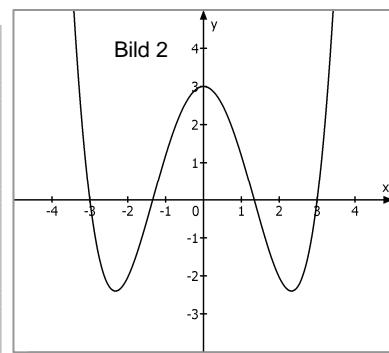
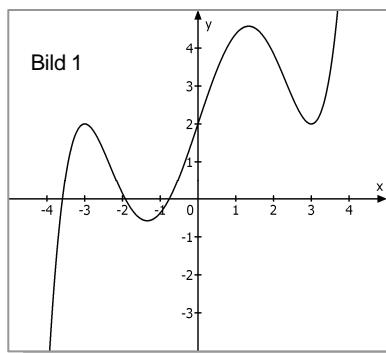
- (1)  $f$  ist streng monoton wachsend für  $-3 < x < 3$ .
- (2) Das Schaubild von  $f$  hat mindestens einen Wendepunkt.
- (3) Das Schaubild von  $f$  ist symmetrisch zur  $y$ -Achse.
- (4) Es gilt  $f(x) > 0$  für alle  $x \in [-3; 3]$ .

**Aufgabe 103**

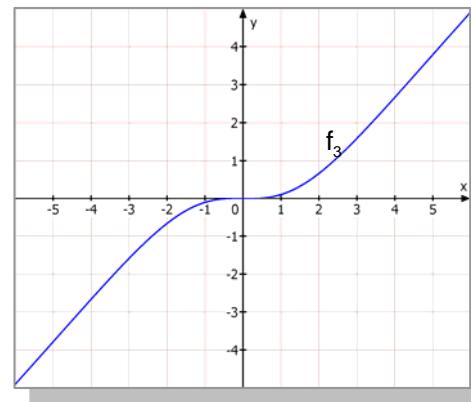
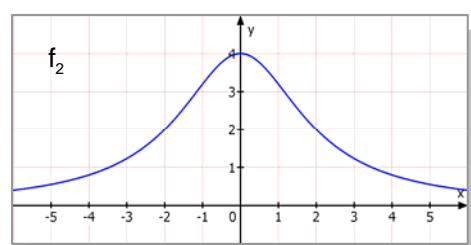
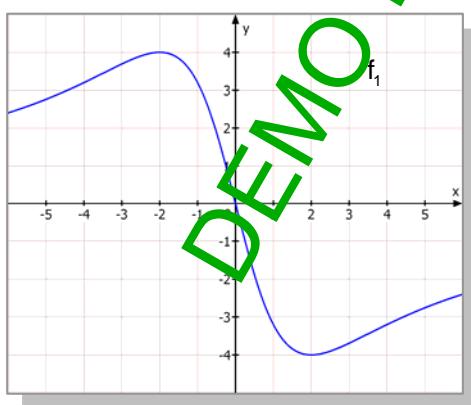
$f_i$  sei die Funktion, deren Graph  $K_i$  in Bild mit der Nummer  $i$  dargestellt wird.

Entdecken Sie fünf Zusammenhänge zwischen diesen Funktionen.

Begründen Sie Ihre Aussagen.

**Aufgabe 104**

Skizzieren Sie die Ableitungsfunktionen zu diesen drei Schaubildern.



### Aufgabe 111 (2013 BW)

Eine Funktion  $f$  hat folgende Eigenschaften:

- (1)  $f(2) = 1$
- (2)  $f'(2) = 0$
- (3)  $f''(4) = 0$  und  $f'''(4) \neq 0$
- (4) Für  $x \rightarrow +\infty$  und  $x \rightarrow -\infty$  gilt:  $f(x) \rightarrow 5$ .

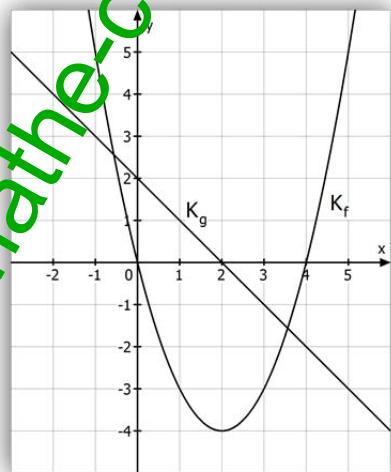
Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von  $f$  hat.

Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen.

### Aufgabe 112 (2014 BW)

Die Abbildung zeigt die Graphen  $K_f$  und  $K_g$  zweier Funktionen  $f$  und  $g$ .

- Bestimmen Sie  $f(g(3))$ .  
Bestimmen Sie einen Wert für  $x$  so, dass  $f(g(x)) = 0$  ist.
- Die Funktion  $h$  ist gegeben durch  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ . Bestimmen Sie  $h'(2)$ .



## 2. Aufgaben ohne Funktionsterme, mit Stammfunktionen

### Aufgabe 200

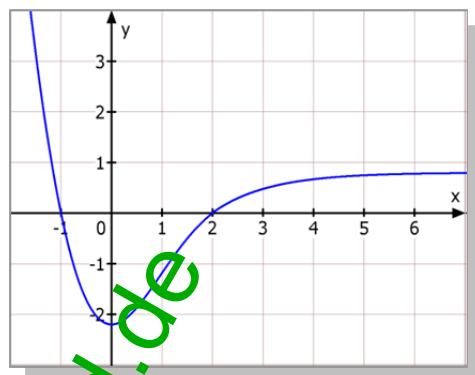
Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion  $f$ .

$F$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .

- a) Welche Aussagen über  $F$  ergeben sich daraus im Bereich  $-2 < x < 7$  hinsichtlich
- Extremstellen,
  - Wendestellen,
  - Nullstellen?

Begründen Sie die Antworten.

- b) Begründen Sie, dass  $F(6) - F(2) > 1$  gilt.



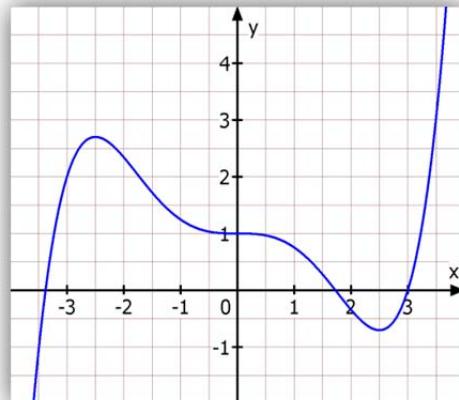
### Aufgabe 201

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion  $f$ .

$F$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .

Begründen Sie, dass folgende Aussagen wahr sind.

- (1)  $F$  ist im Bereich  $-3 \leq x \leq 1$  monoton wachsend.
- (2)  $f'$  hat im Bereich  $-3,5 \leq x \leq 3,5$  drei Nullstellen.
- (3)  $\int_0^3 f'(x) dx = -1$
- (4)  $O(0 | 0)$  ist Hochpunkt des Schaubilds von  $f'$ .



### Aufgabe 202

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion  $f$ .

$F$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .

- a) Bestimmen Sie die Extrem- und Wendestellen von  $F$ .
- b) Wo hat das Schaubild von  $F$  im Bereich  $-2 \leq x \leq 2$  Tangenten mit positiver Steigung?
- c) Das Schaubild von  $F$  geht durch den Ursprung.  
Skizzieren Sie das Schaubild von  $F$ .

